

# 《数学分析 1》教学大纲

(2013 年制定, 2020 年修订)

**课程代码:** 43A1274

**英 文 名:** Mathematical Analysis

**课程类别:** 公共基础课

**前 置 课:**

**后 置 课:** 常微分方程, 实变函数, 复变函数, 概率论, 数理统计, 泛函分析, 偏微分方程, 随机过程等

**学 分:** 6 学分

**课 时:** 102 课时

**主讲教师:** 王宏勇、孙成峰、吴波等

**选定教材:** 华东师范大学数学系, 数学分析, 北京, 高等教育出版社, (2011 第四版)

**课程概述:**

本课程是金融数学专业的一门重要基础课。该课程注重运用马克思主义的科学方法论训练学生认识问题、分析问题和解决问题的能力。主要介绍实数的基本理论, 数列极限, 一元函数的极限, 连续, 微分和积分; 多元函数的极限, 连续, 微分和积分; 以及级数理论等。

**教学目的:**

通过本课程的学习, 使学生了解数学分析的基本原理, 受到逻辑推理的基本训练; 熟练掌握计算极限, 微分和积分的基本方法和技巧。同时, 在教学过程中, 注意宣传科学伦理道德方面的法律法规, 培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感与使命感。

**教学方法:**

以课堂讲授为主, 并辅以多媒体教学, 适当安排课堂讨论。

## 各章教学要求及教学要点

### 第一章 实数集与函数

课时分配：9 课时

教学要求：

了解确界原理、掌握函数概念及其性质。

教学内容：

#### 第一节 实数

- 一、实数。
- 二、性质。
- 三、绝对值与不等式。

#### 第二节 数集与确界原理

- 一、区间与邻域。
- 二、有界集。
- 三、确界原理。

#### 第三节 函数概念

- 一、函数的定义。
- 二、函数的表示法。
- 三、函数的四则运算。
- 四、复合函数。
- 五、反函数。
- 六、初等函数。

#### 第四节 具有某些特性的函数

- 一、有界函数。
- 二、单调函数。
- 三、奇函数和偶函数。
- 四、周期函数。

### 第二章 数列极限

课时分配：10 课时

教学要求：

掌握数列极限的概念、性质及存在条件。从中国古代极限思想入手，把量变到质变引入教学中，使学生树立辩证唯物主义思想，让学生感受到数学的魅力。

## 教学内容：

### 第一节 数列极限概念

一、数列收敛与发散。

二、数列极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义。（阐述数学语言特征：“高度的抽象性、严密的逻辑性、应用的广泛性”与哲学的关联性。）

三、无穷小数列。

### 第二节 收敛数列的性质

一、收敛数列唯一性 有界性 保号性 不等式性质。

二、迫敛性。

三、四则运算。

四、子列。

### 第三节 数列极限存在的条件

一、单调有界定理。

二、Cauchy 收敛定理。

## 第三章 函数极限

课时分配：20 课时

## 教学要求：

掌握函数极限的概念、性质及存在条件；掌握两个重要极限、会进行无穷小量和无穷大量的比较，并从马克思辩证唯物主义的视角探讨无穷小量和无穷大量的联系与区别。

## 教学内容：

### 第一节 函数极限概念

一、 $x$  趋于  $\infty$  时函数的极限。

二、 $x$  趋于  $x_0$  时函数的极限。

## 第二节 函数极限的性质

- 一、函数极限的有界性,保号性,不等式性质。
- 二、迫敛性。
- 三、四则运算。

## 第三节 函数极限存在的条件

- 一、归结原则。

## 第四节 两个重要的极限

- 一、
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$
- 二、
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

## 第五节 无穷小量与无穷大量

- 一、无穷小量。
- 二、无穷小量阶的比较。
- 三、无穷大量。
- 四、无穷大量阶的比较。
- 五、曲线的渐近线。

## 第四章 函数的连续性

**课时分配：**15 课时

**教学要求：**

掌握连续函数的概念、性质。

**教学内容：**

### 第一节 连续性概念

- 一、函数在一点的连续性。
- 二、间断点及分类。
- 三、区间上的连续函数。

### 第二节 连续函数的性质

- 一、连续函数的局部性质。

二、闭区间上连续函数的基本性质。

三、反函数的连续性。

四、一致连续性。

### 第三节 初等函数的连续性

一、指数函数的连续性。

二、初等函数的连续性。

## 第五章 导数和微分

**课时分配：**20 课时

**教学要求：**

掌握导数和微分的概念、能熟练计算导数和微分，并适当介绍科学家追求真理的探索精神。

**教学内容：**

### 第一节 导数的概念

一、导数的定义。

二、导函数。

三、导数的几何意义。

### 第二节 求导法则

一、导数的四则运算。

二、反函数的导数。

三、复合函数的导数。

四、基本求导法则与公式。

### 第三节 参变量的导数

参变量的导数。

### 第四节 高阶导数

高阶导数。

### 第五节 微分

一、微分的概念。

二、微分的运算法则。

三、高阶微分。

四、微分在近似计算中的应用。

## 第六章 微分中值定理及其应用

**课时分配：**18 课时

**教学要求：**

熟练掌握拉格朗日定理、熟练计算不定式的极限、会利用导数判别函数的单调性、凹凸性、函数的极值和最值。在讲授相关知识的过程中，注意介绍罗尔、拉格朗日、柯西、罗必塔、泰勒和佩亚诺等数学家们对数学的主要贡献，让学生了解数学家，感受他们坚持不懈，勇于探索，献身于科学事业的大无畏精神。

**教学内容：**

### 第一节 拉格朗日定理和函数的单调性

- 一、罗尔定理。
- 二、拉格朗日定理。
- 三、函数的单调性的判定。

### 第二节 柯西中值定理和不定式极限

- 一、柯西中值定理。
- 二、不定式极限。
- 三、罗必塔法则。

### 第三节 泰勒公式

- 一、带有佩亚诺型余项的泰勒公式。
- 二、带有拉格朗日型余项的泰勒公式。
- 三、泰勒公式在近似计算上的应用。

### 第四节 函数的极值与最大(小)值

- 一、极值概念。
- 二、极值的必要条件。
- 三、极值的充分条件。
- 四、最大值与最小值。

### 第五节 函数的凸性与拐点

- 一、函数的凹凸性质。
- 二、拐点。

## 第六节 函数图象的讨论

函数的作图。

## 第七章 实数的完备性

**课时分配：**10 课时

**教学要求：**

了解实数集完备性的几个基本定理、会用基本定理证明闭区间上连续函数的性质。给出完备性在数学及其相关领域中的本质含义。从方法论的不同角度来精确描述这个定义，让同学们体会数学科学的高度抽象化与广泛的适用性。

**教学内容：**

### 第一节 区间套定理，聚点定理与有限覆盖定理

- 一、区间套定理。
- 二、聚点定理。
- 三、有限覆盖定理。

### 第二节 柯西收敛准则

- 一、数列极限的柯西收敛准则
- 二、函数极限的柯西收敛准则

### 第三节 上极限和下极限

- 一、上极限和下极限的定义。
- 二、上极限和下极限的性质。

## 参考书目

1. 欧阳光中, 朱学炎, 金福临, 陈传璋. 数学分析(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007.
2. 邓东皋, 尹小灵. 数学分析简明教程(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.

执笔人：	201 年 月
审定人：	201 年 月
学院负责人：	201 年 月